

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO DI ORDINAMENTO • 2005**

- 10** Si dimostri, calcolandone la derivata, che la funzione  $f(x) = \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x+1}$  è costante, indi si calcoli il valore di tale costante.

**10** Il campo di esistenza della funzione è  $\mathbb{R} - \{-1\}$ .

Calcoliamo la derivata:

$$\begin{aligned} D\left[\arctg x - \arctg\left(\frac{x-1}{x+1}\right)\right] &= \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+\frac{(x-1)^2}{(x+1)^2}} \cdot \frac{(x+1) - (x-1)}{(x+1)^2} = \\ &= \frac{1}{1+x^2} - \frac{2(x+1)^2}{2(1+x^2)(x+1)^2} = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{1+x^2} = 0. \end{aligned}$$

Avendo derivata nulla la funzione è costante, nei tratti in cui è definita. Per trovare le costanti basta sostituire un valore qualsiasi alla  $x$  per ognuno degli intervalli di esistenza, per esempio 0 e  $-2$ .

$$\arctg 0 - \arctg(-1) = 0 - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\arctg(-2) - \arctg(3) = -\frac{3}{4}\pi.$$