Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

5 Si mostri che la funzione $y = x^3 + 8$ soddisfa le condizioni del *Teorema del valor medio* (o *Teorema di Lagrange*) sull'intervallo $[-2; 2]$. Si determinino i valori medi forniti dal teorema e se ne illustri il significato geometrico.

5 Per mostrare che la funzione $y = x^3 + 8$ soddisfa le condizioni del teorema del valor medio (o teorema di Lagrange) sull'intervallo $[-2; 2]$ occorre verificare che si tratta di una funzione continua in $[-2; 2]$ e derivabile in $]-2; 2[$. Entrambe le condizioni sono verificate in quanto si tratta di una funzione razionale intera.

Calcoliamo il valore $c \in [-2; 2]$ tale che

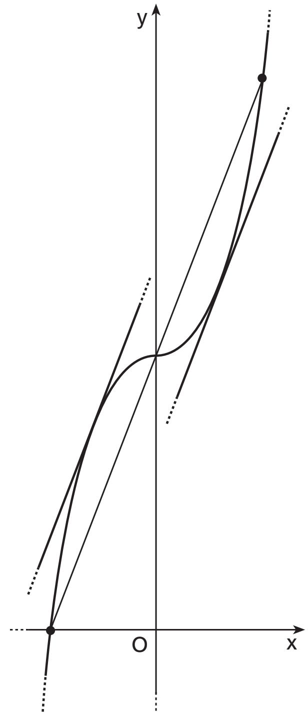
$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

dove $a = -2$ e $b = 2$. Ricaviamo la derivata prima $f'(x) = 3x^2$ e imponiamo che

$$3c^2 = \frac{16 - 0}{2 + 2}$$

e otteniamo $c = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$, entrambe accettabili.

Il significato geometrico di questo teorema ci dice che la tangente alla curva data nei punti di ascissa $\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$ è parallela alla corda congiungente i punti aventi per ascissa gli estremi dell'intervallo $[-2; 2]$.



▶ **Figura 18.**