

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2014**

- 8** Del polinomio di quarto grado $P(x)$ si sa che assume il suo massimo valore 3 per $x=2$ e $x=3$ e, ancora, che $P(1)=0$. Si calcoli $P(4)$.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2014

8 È dato il polinomio di quarto grado $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, con $a \neq 0$.
Imponiamo il passaggio per il punto $(1; 0)$

$$a + b + c + d + e = 0;$$

per il punto $(2; 3)$

$$16a + 8b + 4c + 2d + e = 3;$$

per il punto $(3; 3)$

$$81a + 27b + 9c + 3d + e = 3.$$

Calcoliamo la derivata prima:

$$P'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

e imponiamo le condizioni di stazionarietà per $x = 2$ e $x = 3$:

$$32a + 12b + 4c + d = 0,$$

$$108a + 27b + 6c + d = 0.$$

Raccogliamo le cinque equazioni in un sistema e risolviamolo applicando più volte il metodo di riduzione:

$$\begin{cases} a + b + c + d + e = 0 \\ 16a + 8b + 4c + 2d + e = 3 \\ 81a + 27b + 9c + 3d + e = 3 \\ 32a + 12b + 4c + d = 0 \\ 108a + 27b + 6c + d = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = 0 \\ 15a + 7b + 3c + d = 3 \\ 65a + 19b + 5c + d = 0 \\ 32a + 12b + 4c + d = 0 \\ 76a + 15b + 2c = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = 0 \\ 15a + 7b + 3c + d = 3 \\ 50a + 12b + 2c = -3 \\ 33a + 7b + c = 0 \\ 76a + 15b + 2c = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = 0 \\ 15a + 7b + 3c + d = 3 \\ 50a + 12b + 2c = -3 \\ 33a + 7b + c = 0 \\ 26a + 3b = 3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = 0 \\ 15a + 7b + 3c + d = 3 \\ 33a + 7b + c = 0 \\ 16a + 2b = 3 \\ 26a + 3b = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a + b + c + d + e = 0 \\ 15a + 7b + 3c + d = 3 \\ 33a + 7b + c = 0 \\ 16a + 2b = 3 \\ 10a + b = 0 \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} b = -10a \\ 16a - 20a = 3 \\ -37a + c = 0 \\ 15a + 7b + 3c + d = 3 \\ a + b + c + d + e = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{15}{2} \\ c = -\frac{111}{4} \\ d = 45 \\ e = -24 \end{cases}$$

Il polinomio di quarto grado ha quindi equazione: $P(x) = -\frac{3}{4}x^4 + \frac{15}{2}x^3 - \frac{111}{4}x^2 + 45x - 24$.

Calcoliamo $P(4)$:

$$P(4) = -\frac{3}{4}4^4 + \frac{15}{2}4^3 - \frac{111}{4}4^2 + 45 \cdot 4 - 24 = -192 + 480 - 444 + 180 - 24 = 0.$$