

- 9** Della funzione $f(x)$ si sa che è derivabile e diversa da zero in ogni punto del suo dominio e, ancora, che:
 $f'(x) = f(x)$ e $f(0) = 1$. Puoi determinare $f(x)$?

- 9** Una funzione reale f , diversa da zero in ogni punto del suo campo di esistenza, che soddisfa la condizione $f'(x) = f(x)$ è la funzione esponenziale $f(x) = ke^x$, con k reale. Imponendo la condizione $f(0) = 1$, risulta: $k = 1$ e $f(x) = e^x$, $x \in \mathbb{R}$.

Qualora si abbiano competenze sulle equazioni differenziali, si può risolvere il problema considerando

l'equazione $\frac{dy}{dx} = y$.

Separiamo le variabili:

$$\frac{dy}{y} = dx \quad \Leftrightarrow \quad \ln|y| = x + c \quad \Leftrightarrow \quad y = ke^x \text{ con } k \text{ reale.}$$

Imponendo la condizione $y(0) = 1$, risulta $y = e^x$.