7 La funzione $f(x) = x^3 - 2x^2$ soddisfa le condizioni del teorema di *Lagrange* nell'intervallo [0; 1]? Se sì trova il punto ξ che compare nella formula: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$.

7 La funzione è polinomiale, quindi è continua nell'intervallo chiuso [0; 1] e derivabile nell'intervallo aperto]0; 1[. Pertanto verifica le ipotesi del teorema di Lagrange.
Calcoliamo:

$f'(x) = 3x^2 - 4x,$

$f(0) = 0,$

$f(1) = 1 - 2 = -1.$

Sostituiamo nella formula $\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(\xi)$ e otteniamo:

$$\frac{-1-0}{1} = 3x^2 - 4x \quad \rightarrow \quad -1 = 3x^2 - 4x.$$

Risolviamo l'equazione:

$$3x^2 - 4x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2 \pm \sqrt{4-3}}{3} = \frac{2 \pm 1}{3},$$

quindi $x = 1$ oppure $x = \frac{1}{3}$. Ne consegue che $\xi = \frac{1}{3}$ poiché interno all'intervallo [0; 1], mentre $x = 1$, poiché è un estremo dell'intervallo, non soddisfa il teorema di Lagrange.

