

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002
Sessione ordinaria

- 8** Verificare che la funzione $3x + \ln x$ è strettamente crescente. Detta g la funzione inversa, calcolare $g'(3)$.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2002
Sessione ordinaria

- 8** La funzione $f(x) = 3x + \ln x$ è definita e continua nell'intervallo $]0; +\infty[$. La sua derivata prima vale $f'(x) = 3 + \frac{1}{x}$. Poiché $f'(x) > 0$ nel dominio, la funzione è strettamente crescente.

Pertanto si tratta di una funzione biunivoca per la quale esiste la funzione inversa g .

Per il teorema sulla derivata della funzione inversa risulta: $g'(y_0) = \frac{1}{f'(x_0)}$ con $y_0 = f(x_0)$.

Se $y_0 = 3$, x_0 soddisfa l'equazione $3x_0 + \ln x_0 = 3$. Quest'ultima è un'equazione trascendente. Si osserva che $x_0 = 1$ è una sua soluzione che è unica per la stretta monotonia della funzione corrispondente. Si ricava

che allora che $g'(3) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{3 + \frac{1}{1}} = \frac{1}{4}$.