

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO  
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013**

- 2** Se la funzione  $f(x) - f(2x)$  ha derivata 5 in  $x=1$  e derivata 7 in  $x=2$ , qual è la derivata di  $f(x) - f(4x)$  in  $x=1$ ?

## SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2013

- 2** Considerata  $f(x)$  derivabile, la funzione  $f(x) - f(4x)$  è anch'essa derivabile e, secondo le regole di derivazione, la sua derivata risulta uguale a:

$$f'(x) - 4f'(4x),$$

e in particolare per  $x = 1$  vale:

$$f'(1) - 4f'(4).$$

Analogamente la funzione  $f(x) - f(2x)$  è anch'essa derivabile e la sua derivata risulta:

$$f'(x) - 2f'(2x).$$

Per ipotesi tale derivata vale 5 in  $x = 1$  e 7 in  $x = 2$ , pertanto valgono le seguenti uguaglianze:

$$\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ f'(2) - 2f'(4) = 7 \end{cases}.$$

Moltiplichiamo per 2 entrambi i membri della seconda uguaglianza:

$$\begin{cases} f'(1) - 2f'(2) = 5 \\ 2f'(2) - 4f'(4) = 7 \end{cases}.$$

Sommiamo membro a membro le due equazioni:

$$f'(1) - 2f'(2) + 2f'(2) - 4f'(4) = 5 + 7 \rightarrow f'(1) - 4f'(4) = 12.$$

Se ne conclude allora che la derivata della funzione  $f(x) - f(4x)$  nel punto  $x = 1$  vale 12.