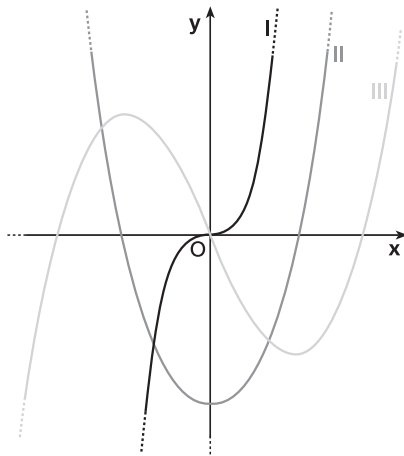


**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2011**

- 10** Nella figura sotto, denotati con I, II e III, sono disegnati tre grafici. Uno di essi è il grafico di una funzione f , un altro lo è della funzione derivata f' e l'altro ancora di f'' . Quale delle seguenti alternative identifica correttamente ciascuno dei tre grafici? Si motivi la risposta.



	f	f'	f''
A	I	II	III
B	I	III	II
C	II	III	I
D	III	II	I
E	III	I	II

◀ **Figura 1.**

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2011

10 Indichiamo con $x = a$ ($a < 0$) e $x = b$ ($b > 0$) gli zeri del grafico II e tracciamo le corrispondenti rette (figura 16).

Osserviamo che il grafico I è strettamente crescente in \mathbb{R} , pertanto la sua derivata prima deve essere non negativa in tale insieme. Ciò permette di escludere le alternative A e B, secondo cui la derivata prima (grafico II o grafico III) è negativa in un certo intervallo.

Consideriamo l'alternativa C: il grafico II ha concavità rivolta verso l'alto in \mathbb{R} ; ciò implica la positività della derivata seconda. Questo fa così escludere l'alternativa in esame dove per $x < 0$ la derivata seconda (grafico I) è negativa.

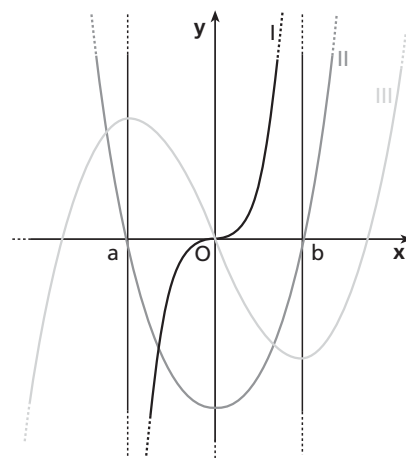
Uguualmente si può escludere l'alternativa E: per $x > 0$ il grafico III ha concavità rivolta verso l'alto, mentre la sua derivata seconda (grafico II) è negativa per $0 < x < b$.

Valutiamo ora l'alternativa D: il grafico II, derivata prima della funzione, ha ordinata positiva per

$x < a \vee x > b$, nulla per $x = a$ e $x = b$, ha ordinata negativa per $a < x < b$.

Ciò è sufficiente per dedurre che la funzione è crescente per $x < a \vee x > b$, ha massimo e minimo relativo rispettivamente per $x = a$ e $x = b$, è decrescente per $a < x < b$. Tali proprietà sono compatibili con il grafico III. Analogamente, il grafico I, derivata seconda della funzione, ha ordinata positiva per $x > 0$, nulla per $x = 0$, ordinata negativa per $x < 0$.

Ciò implica che la corrispondente funzione ha concavità rivolta verso l'alto per $x > 0$, verso il basso per $x < 0$, ha flesso per $x = 0$. Tali caratteristiche sono ancora compatibili con il grafico III. Pertanto si assume esatta l'alternativa D.



▲ Figura 16.