

**SIMULAZIONE DELLA PROVA D'ESAME DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I.**

5 Sia data la funzione

$f: A \rightarrow \mathbb{R}$ (con A sottoinsieme proprio di \mathbb{R}) derivabile $\forall x \in A$.

Discuti la verità della seguente proposizione dando esauriente motivazione e riferendo almeno un esempio:

«condizione necessaria e sufficiente affinché f sia crescente (decrescente) su A è che risulti

$f'(x) > 0$ ($f'(x) < 0$) $\forall x \in A$ ».

SOLUZIONE DELLA SIMULAZIONE D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I.

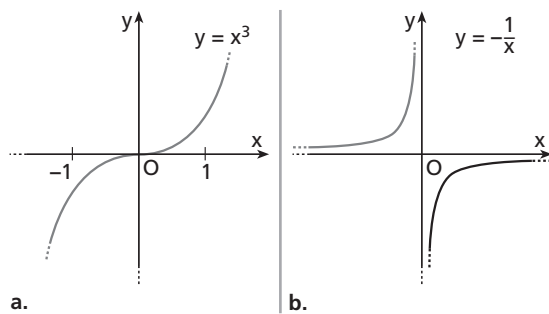
5 Una funzione $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ si dice crescente su A se $f(x_1) < f(x_2) \forall x_1, x_2 \in A$ con $x_1 < x_2$.

La funzione f , derivabile in A , può essere crescente su A e avere derivata nulla in qualche punto. Per esempio la funzione $f(x) = x^3$, $x \in [-1; 1]$, è crescente sull'intervallo $[-1; 1]$ ma $f'(0) = 0$. Pertanto la condizione $f'(x) > 0 \forall x \in A$ non è necessaria.

Se la derivata di f è positiva $\forall x \in A$ può tuttavia accadere che $f(x_1) > f(x_2)$ per qualche $x_1, x_2 \in A$, $x_1 < x_2$.

Per esempio la funzione $f(x) = -\frac{1}{x}$, $x \in (\mathbb{R} - \{0\})$, è derivabile in tutto il dominio però $f(-1) > f(1)$ pur essendo $-1 < 1$. Questa funzione è crescente nei due sottoinsiemi disgiunti \mathbb{R}^- ed \mathbb{R}^+ ma non su $(\mathbb{R} - \{0\})$. Pertanto la condizione $f'(x) > 0 \forall x \in A$ non è sufficiente.

La proposizione è dunque falsa.



◀ Figura 8.