ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2005

2 Si dia una definizione di retta tangente ad una curva. Successivamente, si dimostri che la curva $y = x \operatorname{sen} x$ è tangente alla retta $y = x$ quando $\operatorname{sen} x = 1$ ed è tangente alla retta $y = -x$ quando $\operatorname{sen} x = -1$.

8 Si trovi l'equazione della retta tangente alla curva di equazioni parametriche $x = e^t + 2$ e $y = e^{-t} + 3$ nel suo punto di coordinate (3; 4).

2 La retta tangente a una curva si può definire come la posizione limite della secante, cioè, detto P il punto di tangenza, $\lim\limits_{Q \to P} r_{P,Q}$ (con Q appartenente alla curva) dove $r_{P,Q}$ è la retta passante per i punti P e Q. La generica retta tangente a una funzione $y = f(x)$ in un suo punto $(t, f(t))$ è $y - f(t) = f'(t)(x - t)$, quindi in questo caso, tenendo conto che $Dx \operatorname{sen} x = \operatorname{sen} x + x \cos x$, si ha: $y - t \operatorname{sen} t = (\operatorname{sen} t + t \cos t)(x - t)$. Se $\operatorname{sen} t = 1$ allora $\cos t = 0$, quindi, sostituendo, si ha, $y - t = x - t$, da cui $y = x$, come richiesto. Si ha $\cos t = 0$ anche se $\operatorname{sen} t = -1$, quindi, sostituendo, si trova $y + t = -x + t$, quindi $y = -x$.

8 Ricavando e^t dalla prima equazione e sostituendo nella seconda si ottiene $y = \dfrac{1}{x-2} + 3$. Questa equazione rappresenta effettivamente una curva che passa per il punto $(3; 4)$.

Poiché $y'(x) = -\dfrac{1}{(x-2)^2}$, allora il coefficiente angolare della retta tangente in $(3; 4)$ è $-\dfrac{1}{(3-2)^2} = -1$. La retta tangente è quindi $y - 4 = -(x - 3)$, cioè $y = -x + 7$.