

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO DI ORDINAMENTO • 2012**

1 Cosa rappresenta il limite seguente e qual è il suo valore?

$$\lim_{b \rightarrow 0} \frac{5\left(\frac{1}{2} + b\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4}{b}.$$

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO DI ORDINAMENTO • 2012

1 Data la funzione polinomiale $f(x) = 5x^4$, il rapporto incrementale di tale funzione nel punto $x = \frac{1}{2}$ risulta:

$$\frac{f\left(\frac{1}{2} + b\right) - f\left(\frac{1}{2}\right)}{b} = \frac{5\left(\frac{1}{2} + b\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4}{b}.$$

Per definizione, la derivata di una funzione in un punto è il limite per $b \rightarrow 0$ del rapporto incrementale di tale funzione in quel punto, pertanto il limite indicato nella consegna rappresenta la derivata della funzione f nel punto $x = \frac{1}{2}$:

$$\lim_{b \rightarrow 0} \frac{5\left(\frac{1}{2} + b\right)^4 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^4}{b} = f'\left(\frac{1}{2}\right).$$

Calcoliamo il valore del limite sfruttando tale uguaglianza e la regola di derivazione $f'(x) = 20x^3$:

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = 20\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}.$$