5 Dimostrare, usando il ***teorema di Rolle*** [da *Michel Rolle*, matematico francese (1652-1719)], che se l'equazione:

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots\dots\dots + a_1 x + a_0 = 0$$

ammette radici reali, allora fra due di esse giace almeno una radice dell'equazione:

$$nx^{n-1} + (n-1)\,a_{n-1}x^{n-2} + \dots\dots\dots + a_1 = 0$$

5 Il teorema di Rolle afferma:
"Data una funzione reale di variabile reale $y = f(x)$, definita nell'intervallo chiuso e limitato $[a, b]$, se la funzione soddisfa le ipotesi:

a. è continua in $[a; b]$
b. è derivabile in $]a; b[$
c. $f(a) = f(b)$

allora esiste un numero reale c appartenente all'intervallo tale che $f'(c) = 0$".

Nel caso in esame: $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots\ldots + a_1x + a_0$ è una funzione polinomiale, sempre continua e derivabile, con derivata $f'(x) = nx^{n-1} + (n-1)\,a_{n-1}x^{n-2} + \ldots\ldots + a_1$.
Se a e b sono due radici reali, allora $f(a) = f(b) = 0$, la funzione nell'intervallo $[a; b]$ verifica il teorema di Rolle e quindi esiste almeno un punto c interno all'intervallo in cui la derivata prima si annulla: tale punto è la radice cercata.