5 Si consideri la seguente implicazione: «Se la funzione reale di variabile reale $f(x)$ è derivabile nel punto a allora è continua in a». Come noto, essa enuncia un importante teorema di analisi matematica. Enunciare le implicazioni inversa, contronominale e contraria dell'implicazione considerata e dire di ciascuna di esse se si tratta di un teorema. Quando non lo è fornire un esempio che chiarisca la situazione.

5 Date due proposizioni p e q, si chiama implicazione il connettivo logico $p \rightarrow q$ che si esprime nella forma linguistica «se è vera l'ipotesi p allora è vera la tesi q». Sono definite rispettivamente implicazione contraria, contronominale e inversa le implicazioni seguenti: non $p \rightarrow$ non q; non $q \rightarrow$ non p, $q \rightarrow p$. Considerata l'implicazione diretta «Se la funzione reale di variabile reale $f(x)$ è derivabile nel punto a allora è continua in a», l'implicazione contraria è: «Se la funzione reale di variabile reale $f(x)$ non è derivabile nel punto a allora non è continua in a». Tale implicazione non è un teorema poiché la non derivabilità non implica la non continuità della funzione. Per esempio, considerata la funzione reale $f(x) = |x|$, essa non è derivabile nel punto $x = 0$ ma in esso è continua. Si enuncia l'implicazione contronominale della implicazione diretta nel seguente modo: «Se la funzione reale di variabile reale $f(x)$ non è continua nel punto a allora non è derivabile in a». Si tratta in questo caso di un teorema: la continuità della funzione è una condizione necessaria per la derivabilità. In ultimo, l'implicazione inversa è: «Se la funzione reale di variabile reale $f(x)$ è continua nel punto a allora è derivabile in a». Tale implicazione non è un teorema. Basti pensare nuovamente alla funzione $f(x) = |x|$: tale funzione è continua nel punto $x = 0$ ma in esso non è derivabile.

